Probability Based Rule Curves

บทนำ

ด้วยความที่ Probability Based Rule Curve เป็นวิธีที่อาศัยหลักการพื้นฐานของความน่าจะเป็นมาช่วยในการวิเคราะห์ ซึ่งจำเป็นต้องใช้ข้อมูลทางอุทกวิทยาที่มีจำนวนข้อมูลเพียงพอ เนื่องจากถ้าหากมีข้อจำกัดทำให้ข้อมูลขาดหายไม่สมบูรณ์ หรือ ไม่เพียงพอตามความต้องการในการวิเคราะห์เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ต่างๆ จะทำให้การตัดสินใจในการบริหารแหล่งน้ำ (supply side management) และด้านบริหารการใช้น้ำ (demand side management) อาจเกิดปัญหาขึ้นได้ ดังนั้นการวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลทางอุทกวิทยาจึงมีความจำเป็นยิ่ง

การสังเคราะห์ข้อมูลในกรณีข้อมูลไม่เพียงพอ

จากอุปสรรคในการเก็บและบันทึกข้อมูลดังที่กล่าวมา ซึ่งมีผลต่อการวัดและรวบรวม ข้อมูลทางอุทกวิทยา ดังนั้นเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูล การจัดหาข้อมูลโดยวิธีอ้อมในลักษณะที่เรียกว่าการประเมินเชิงอุทกวิทยา (hydrologic arrestment) หรือการสังเคราะห์ข้อมูลทางอุทกวิทยา (hydrologic data synthetic) ซึ่งมีความจำเป็นทั้งนี้เพื่อให้ได้ข้อมูลหรือให้มีข้อมูลที่มากเพียงพอสามารถนำไปวิเคราะห์ใช้งานได้

การสังเคราะห์ข้อมูลในกรณีข้อมูลไม่เพียงพอ

วิธีการประเมินเชิงอุทกวิทยามี 2 ประเภท คือ

1. การจำลองคณิตศาสตร์ (mathematics model)

แบบจำลองคณิตศาสตร์ของน้ำฝน – น้ำท่า เช่น

NAM – MODEL (Nedbor – Afstromnings Model)

TANK – MODEL

เป็นต้น

การสังเคราะห์ข้อมูลในกรณีข้อมูลไม่เพียงพอ

วิธีการประเมินเชิงอุทกวิทยามี 2 ประเภท คือ

2. แบบจำลองถดถอย (regression model)

แบบจำลองถดถอยที่เป็นโปรแกรมสำเร็จรูป เช่น SOLVE, HEC-4 เป็นต้น และยังสามารถคำนวณได้จากสมการ ดังนี้

2.1.แบบจำลองรีเกรชชั่นเชิงเส้นตรงอย่างง่าย (Simple Linear Regression Model) เป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและตัวแปรอิสระ ดังสมการ

$$y = a + bx$$

เมื่อ y = ตัวแปรตาม ; x = ตัวแปรอิสระ และ a, b = ค่าสัมประสิทธิ์

การสังเคราะห์ข้อมูลในกรณีข้อมูลไม่เพียงพอ

วิธีการประเมินเชิงอุทกวิทยามี 2 ประเภท คือ

2. แบบจำลองถดถอย (regression model)

แบบจำลองถดถอยที่เป็นโปรแกรมสำเร็จรูป เช่น SOLVE, HEC-4 เป็นต้น และยังสามารถคำนวณได้จากสมการ ดังนี้

2.2. แบบจำลองรีเกรซชั่นที่ไม่เป็นเส้นตรง (non-linear regression Model)

ในบางกรณี x และ y จะมีความสัมพันธ์แบบ non-linear คือเมื่อ plot ลงในกระดาษกราฟแบบธรรมดาจะไม่ได้เส้นตรง จะทำได้โดยเปลี่ยนความสัมพันธ์เป็นเส้นโค้ง ดังสมการ

y = ax^b

การแจกแจงความน่าจะเป็น

การพิจารณาข้อมูลทางอุทกวิทยาตามหลักของความน่าจะเป็น ตัวแปร Random เป็นตัวแปรที่สามารถอธิบายได้ด้วยการแจกแจงความน่าจะเป็น(Probability Distribution) การแจกแจงจะระบุถึงโอกาสที่ตัวแปรมีค่าอยู่ภายในช่วงที่กำหนด และถ้า A เป็นเหตุการณ์ใน Sample space จะสามารถหาความถี่สัมพัทธ์ของเหตุการณ์ A ได้โดย nA/n ถ้าตัวอย่างมีขนาดเพิ่มขึ้นความถี่สัมพัทธ์จะให้ค่าประเมินของความน่าจะเป็นได้ดียิ่งขึ้น ตามสมการ

การแจกแจงความน่าจะเป็น

$$P(A) = \lim \quad n_A/n$$

เมื่อ P(A) = ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A, n_A= จำนวนข้อมูลใน A และ n = จำนวนข้อมูลทั้งหมด ซึ่งเรียกความน่าจะเป็นนี้ว่า Objective Probabilities เนื่องจากความน่าจะเป็นขึ้นอยู่กับค่าของตัวแปร Random แต่คนมักจะประเมินเหตุการณ์ในอนาคตด้วยประสบการณ์จึงเรียกความน่าจะเป็นแบบนี้ว่า Subjective Probabilities

ฟังก์ชั่นความถี่และฟังก์ชั่นความน่าจะเป็น

(Frequency and Probability Functions)

การพิจารณาถ้า Observations ในตัวอย่างมีการแจกแจงเหมือนกัน (Identically distributed) จะสามารถจัดข้อมูลให้เป็นรูป Histogram ความถี่ได้ โดยขั้นแรกจัดแบ่งช่วงค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปร Random ออกเป็นหลาย ๆ ช่วง(Intervals) นับจำนวนเหตุการณ์ที่อยู่ในแต่ละช่วงและสุดท้าย plot กราฟแท่ง โดยพยายามเลือกขนาดความกว้างของช่วง X ที่ใช้ในการสร้าง Histogram ความถี่ให้เล็กที่สุดเท่าที่จะเล็กได้แต่ต้องมีเหตุการณ์เพียงพอในแต่ละช่วงที่แบ่งเพื่อให้ Histogram มีรูปร่างที่ราบเรียบ ให้ ni เป็นจำนวน Observations ของช่วงที่ i ซึ่งช่วงที่ i มีค่าอยู่ระหว่าง Xi - X และ Xi และ n เป็นจำนวน Observations ทั้งหมด

ฟังก์ชั่นความถี่และฟังก์ชั่นความน่าจะเป็น

(Frequency and Probability Functions)

จะคำนวณหาฟังก์ชั่นความถี่สัมพัทธ์(Relative Frequency Function) fs(x) ได้จากสมการ

$$f_s(x_i) = n_i/n$$

ซึ่งตามสมการคือค่าประมาณความน่าจะเป็นที่ตัวแปรRandom X มีค่าอยู่ระหว่าง(Xi- X, X_i) และตัว Subscript s แสดงว่าคำนวณจากข้อมูลตัวอย่าง ผลบวกสะสมของความถี่สัมพัทธ์ถึงค่าที่กำหนดให้คือ ค่าฟังก์ชั่นความถี่สะสม(Cumulative Frequency Function) $F_s(x)$

$$F_s(x_i) = \sum f_s(x_j)$$

ฟังค์ชั่นความถี่และฟังค์ชั่นความน่าจะเป็น
(Frequency and Probability Functions)

ซึ่งก็คือค่าประมาณของ $P(x \leq x_I)$ หรือเรียกว่าความน่าจะเป็นสะสม (Cumulative probability) ของ x_i

ฟังค์ชั่นความถี่สัมพัทธ์และฟังค์ชั่นความถี่สะสมเป็นค่าของตัวอย่าง ถ้า $n \to \infty$ และ $\Delta x \to 0$ ฟังค์ชั่นความถี่สัมพัทธ์หารด้วย Δx จะกลายเป็น Probability density function ,f(x) ซึ่งเป็นคุณสมบัติของประชากรดังแสดงในสมการ

$$f(x) = \lim_{\substack{n \to \infty \\ n \to \infty}} \frac{f_s(x_i)}{\triangle x}$$

ฟังค์ชั่นความถี่และฟังค์ชั่นความน่าจะเป็น

(Frequency and Probability Functions)

และฟังค์ชั่นความถี่สะสมจะกลายเป็นฟังค์ชั่นการแจกแจงความน่าจะเป็น F(x)

ดังในสมการ $F(x) = \lim_{n \to \infty} F_s(x)$

$n \to \infty$

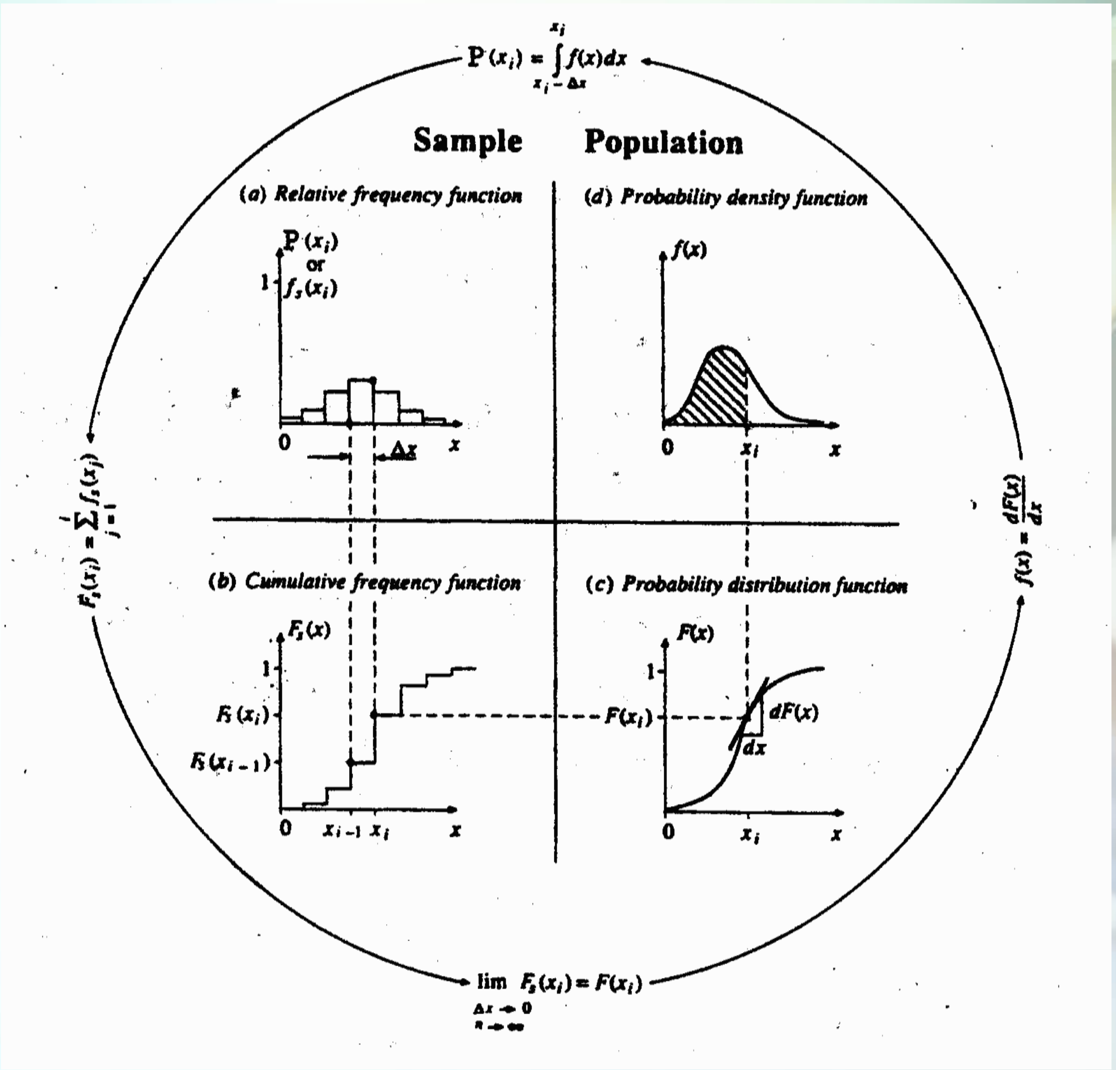
อนุพันธ์ของฟังค์ชั่น(Derivative) ของ F(x) คือ Probability Density Function

$$f(x) = d\,F(x) / dx$$

ในการ fit ข้อมูลตัวอย่าง(Sample) เข้ากับการแจกแจงตามทฤษฎี(Theoretical Distribution) จะต้องดำเนินตามขั้นตอน คือ หาค่าความถี่สัมพัทธ์(fs(xi)) ความถี่สะสม (Fs(xi)) ของตัวอย่างและการแจกแจงความน่าจะเป็น (F(x)) และProbability density function (f(x)) ของประชากรตามลำดับดังแสดงในภาพที่ 1 โดยเริ่มจากรูป(a) คำนวณฟังค์ชั่นความถี่สัมพัทธ์โดยการทำตารางแจกแจงความถี่ซึ่งได้จากการแบ่งข้อมูลออกเป็นชั้น ๆ

ฟังก์ชั่นความถี่และฟังก์ชั่นความน่าจะเป็น

(Frequency and Probability Functions)



ภาพที่ 1 ลำดับการ Fit ข้อมูลตัวอย่างกับการแจกแจงตามทฤษฎีของประชากร

สถิติและพารามิเตอร์

สถิติ คือ ตัวเลขที่คำนวณจากข้อมูลซึ่งจะแสดงคุณลักษณะที่สำคัญของกลุ่มตัวอย่าง(Sample) และพารามิเตอร์ คือ คุณลักษณะของประชากร ซึ่งโดยปกติจะใช้สถิติอนุมาน(Inferential Statistic) ในการประเมินพารามิเตอร์ ในตารางที่ 1 แสดงค่าสถิติและพารามิเตอร์

สถิติและพารามิเตอร์

Population parameter	Sample statistic
1. *Midpoint*	
Arithmetic mean	
$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx$	$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$
Median	
x such that $F(x) = 0.5$	50th-percentile value of data
Geometric mean	
antilog $[E(\log x)]$	$\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)^{1/n}$
2. *Variability*	
Variance	
$\sigma^2 = E[(x-\mu)^2]$	$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$
Standard deviation	
$\sigma = \{E[(x-\mu)^2]\}^{1/2}$	$s = \left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2\right]^{1/2}$
Coefficient of variation	
$CV = \frac{\sigma}{\mu}$	$CV = \frac{s}{\bar{x}}$
3. *Symmetry*	
Coefficient of skewness	
$\gamma = \frac{E[(x-\mu)^3]}{\sigma^3}$	$C_s = \frac{n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{(n-1)(n-2)s^3}$

ตารางที่ 1 พารามิเตอร์ของประชากรและค่าสถิติจากตัวอย่าง

ฟังก์ชั่นการแจกแจงความน่าจะเป็น
(Probability Distribution Functions)

1. การแจกแจงแบบกัมเบล (Gumbel Distribution)

ฟังก์ชั่นการแจกแจงแบบกัมเบล บางครั้งจะเรียกว่า Double Exponential Distribution Function หรือแบบ Type I General Extreme Value ตามสมการ

$$F(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{(x - x_o)}{\alpha}\right)\right]$$

เมื่อ $-\infty < X < \infty$

$F(x)$ = Cumulative Distribution Function (CDF) of x

X_o = Location Parameter หรือค่าฐานนิยม (Mode)

α = Scale Parameter

$F(X_o)$ = 0.3679

ฟังค์ชั่นการแจกแจงความน่าจะเป็น

(Probability Distribution Functions)

และ Probability Density Function (PDF) จะได้

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left[-\frac{(x - x_o)}{\alpha} - \exp\left[-\frac{(x - x_o)}{\alpha} \right] \right]$$

การหาค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชั่นกัมเบลโดยวิธีโมเมนต์ ประกอบด้วย ค่าเฉลี่ย (mean ; μ) ค่าความแปรปรวน (variance ; σ^2) และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (skewness coefficient ; γ)

ฟังก์ชั่นการแจกแจงความน่าจะเป็น

(Probability Distribution Functions)

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)\, dx$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\, dx - \mu^2$$

$$\gamma = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^3 f(x)\, dx - 3\mu \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\, dx + 2\mu^3}{\sigma^3}$$

$$X_0 = \bar{X} - 0.45\ S_x$$

$$\alpha = 0.7797\ S_x$$

เมื่อ $\bar{X}$ = ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง (mean of samples)

S_x = ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง(standard deviation of samples)

ฟังก์ชั่นการแจกแจงความน่าจะเป็น
(Probability Distribution Functions)

2. การแจกแจงแบบล็อคนอร์มอล 2 พารามิเตอร์

(Lognormal 2 parameters Distribution)

ถ้า X เป็นตัวแปรแรนด้อม และให้ Y = lnX ถ้า Y มีการแจกแจงแบบนอร์มอล โดยมี ค่าเฉลี่ย เท่ากับ μ_y และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ σ_y แล้ว X จะมีการแจกแจงแบบล็อค นอร์มอล โดยมี ค่าเฉลี่ย เท่ากับ μ_y และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ σ_y โดยมี Probability Density Function of X ดังในสมการ

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times \sigma_y} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln X - \mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right]$$

ฟังค์ชั่นการแจกแจงความน่าจะเป็น

(Probability Distribution Functions)

และมี Cumulative Distribution Function of X ดังในสมการ

$$F(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_y} \int_0^x \frac{1}{X} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln X - \mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right] dx$$

เมื่อ $0 < X < \infty$

μ_y = **Location Parameter**

σ_y = **Scale Parameter**

ฟังก์ชั่นการแจกแจงความน่าจะเป็น
(Probability Distribution Functions)

การหาค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชั่นล็อคนอร์มอล 2 พารามิเตอร์ โดยวิธีโมเมนต์ ประกอบด้วยค่าเฉลี่ย (mean; μ_y) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation; σ_y) ดังนี้

$$\mu_y = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \ln X_i$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}[\ln X_i - \mu_y]^2}{N-1}}$$

ฟังค์ชั่นความถี่และฟังค์ชั่นความน่าจะเป็น
(Frequency and Probability Functions)

ถ้า Observations ในตัวอย่างมีการแจกแจงเหมือนกัน (Identically distributed) จะสามารถจัดข้อมูลให้เป็นรูป Histogram ความถี่ได้ โดยขั้นแรกจัดแบ่งช่วงค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปร Random ออกเป็นหลาย ๆ ช่วง (Intervals) นับจำนวนเหตุการณ์ที่อยู่ในแต่ละช่วงและสุดท้าย plot กราฟแท่ง โดยพยายามเลือกขนาดความกว้างของช่วง X ที่ใช้ในการสร้าง Histogram ความถี่ให้เล็กที่สุดเท่าที่จะเล็กได้แต่ต้องมีเหตุการณ์เพียงพอในแต่ละช่วงที่แบ่งเพื่อให้ Histogram มีรูปร่างที่ราบเรียบ ให้ n_i เป็นจำนวน Observations ของช่วงที่ i ซึ่งช่วงที่ i มีค่าอยู่ระหว่าง X_i - X และ X_i และ n เป็นจำนวน Observations ทั้งหมด จะคำนวณหาฟังค์ชั่นความถี่สัมพัทธ์(Relative Frequency Function) f_s x= n_i/n

การทดสอบความเหมาะสมของฟังก์ชั่นการแจกแจงความน่าจะเป็น (Goodness of Fit Test of Probability Distribution Function)

1. การทดสอบความเหมาะสมของฟังก์ชั่นการแจกแจงความน่าจะเป็น (Goodness of Fit Test of Probability Distribution Function)

มีวิธีที่นิยมใช้อยู่ 2 วิธี คือ

- วิธีการทดสอบแบบ Smirnov-Kolmogorov
- วิธีการทดสอบแบบ Chi - Square

การทดสอบความเหมาะสมของฟังก์ชั่นการแจกแจงความน่าจะเป็น

(Goodness of Fit Test of Probability Distribution Function)

1 การทดสอบแบบ Smirnov-Kolmogorov เป็นการทดสอบภาวะสารูปสนิทดี (Goodness of Fit Test) สำหรับข้อมูลต่อเนื่อง โดยเทียบค่าความถี่สัมพัทธ์สะสมที่ได้จากทฤษฎีกับความถี่สัมพัทธ์สะสมที่ได้จากตัวอย่าง ถ้าความแตกต่างที่มีค่ามากที่สุดมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤต ซึ่งกำหนดโดย Smirnov-Kolmogorov ดังแสดงในตารางที่ 2 จะแสดงว่าฟังก์ชั่นที่เลือก และพารามิเตอร์ที่ประเมินเป็นที่ยอมรับได้ และค่าวิกฤต ของ Smirnov-Kolmogorov ดังในสมการ

$$\Delta\max = \left| \mathrm{MAX}\ F_s'(X) - F_s(X) \right|$$

เกณฑ์การทดสอบคือ ถ้า $\Delta \max < \Delta_{N,\alpha}$ แสดงว่าตัวอย่างมีการแจกแจงความน่าจะเป็นตามฟังค์ชั่นและพารามิเตอร์ที่เลือกเป็นที่ยอมรับได้ ที่ระดับความสำคัญ α และในทางตรงกันข้าม

การทดสอบความเหมาะสมของฟังก์ชั่นการแจกแจงความน่าจะเป็น

(Goodness of Fit Test of Probability Distribution Function)

N	α			
	0.20	0.10	0.05	0.01
5	0.45	0.51	0.56	0.67
10	0.32	0.37	0.41	0.49
15	0.27	0.30	0.34	0.40
20	0.23	0.26	0.29	0.36
25	0.21	0.24	0.27	0.32
30	0.19	0.22	0.24	0.29
35	0.18	0.20	0.23	0.27
40	0.17	0.19	0.21	0.25
45	0.16	0.18	0.20	0.24
50	0.15	0.17	0.19	0.23
N > 50	$\frac{1.07}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{N}}$

ตารางที่ 2 ค่าวิกฤต(Δ)ของ Smirnov – Kolmogorov สำหรับใช้ทดสอบความเหมาะสมของทฤษฎีการแจกแจงความน่าจะเป็น(Yevjevich, V., 1972)

การทดสอบความเหมาะสมของฟังก์ชั่นการแจกแจงความน่าจะเป็น (Goodness of Fit Test of Probability Distribution Function)

2. การทดสอบแบบ Chi-Square จะทำการทดสอบโดยการคำนวณหาค่า Chi – Square จากข้อมูลและฟังค์ชั่นการแจกแจงความน่าจะเป็นที่เลือก แล้วนำไปเปรียบเทียบค่า Chi – Square วิกฤต โดยใช้เกณฑ์ในทำนองเดียวกับวิธีทดสอบแบบ Smirnov – Kolmogorov กำหนดให้ X^2 คือ Chi – Square ดังนั้น X^2 คำนวณได้จากสมการ

$$X^2 = \sum_{j=1}^{i} (N_j - NP_j)^2$$

เมื่อ N_j = ค่าความถี่สมบูรณ์ของการเกิดน้ำท่วมในชั้น(Class) ที่ j

N = จำนวนข้อมูลทั้งหมด

P_j = ความน่าจะเป็น(Probability) ในชั้นที่ j

j = ชั้นที่ j ของการจัดแบ่งข้อมูลออกเป็นชั้น

m = จำนวนชั้นทั้งหมดของข้อมูล

การทดสอบความเหมาะสมของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น

(Goodness of Fit Test of Probability Distribution Function)

Degrees of freedom v	α = .99	.98	.95	.90	.80	.70	.50	.30	.20	.10	.05	.02	.01
1	.000157	.000628	.00393	.0158	.0642	.148	.455	1.074	1.642	2.706	3.841	5.412	6.635
2	.0201	.0404	.103	.211	.446	.713	1.386	2.408	3.219	4.605	5.991	7.824	9.210
3	.115	.185	.352	.584	1.005	1.424	2.366	3.665	4.642	6.251	7.815	9.837	11.341
4	.297	.429	.711	1.064	1.649	2.195	3.357	4.878	5.989	7.779	9.488	11.668	13.277
5	.554	.752	1.145	1.610	2.343	3.000	4.351	6.064	7.289	9.236	11.070	13.388	15.086
6	.872	1.134	1.635	2.204	3.070	3.828	5.348	7.231	8.558	10.645	12.592	15.033	16.812
7	1.239	1.564	2.167	2.833	3.822	4.671	6.346	8.383	9.803	12.017	14.067	16.622	18.475
8	1.646	2.032	2.733	3.490	4.594	5.527	7.344	9.524	11.030	13.362	15.507	18.168	20.090
9	2.088	2.532	3.325	4.168	5.380	6.393	8.343	10.656	12.242	14.684	16.919	19.679	21.666
10	2.558	3.059	3.940	4.865	6.179	7.267	9.342	11.781	13.442	15.987	18.307	21.161	23.209
11	3.053	3.609	4.575	5.578	6.989	8.148	10.341	12.899	14.631	17.275	19.675	22.618	24.725
12	3.571	4.178	5.226	6.304	7.807	9.034	11.340	14.011	15.812	18.549	21.026	24.054	26.217
13	4.107	4.765	5.892	7.042	8.634	9.926	12.340	15.119	16.985	19.812	22.362	25.472	27.688
14	4.660	5.368	6.571	7.790	9.467	10.821	13.339	16.222	18.151	21.064	23.685	26.873	29.141
15	5.229	5.985	7.261	8.547	10.307	11.721	14.339	17.322	19.311	22.307	24.996	28.259	30.578
16	5.812	6.614	7.962	9.312	11.152	12.624	15.338	18.418	20.465	23.542	26.296	29.633	32.000
17	6.408	7.255	8.672	10.085	12.002	13.531	16.338	19.511	21.615	24.769	27.587	30.995	33.409
18	7.015	7.906	9.390	10.865	12.857	14.440	17.338	20.601	22.760	25.989	28.869	32.346	34.805
19	7.633	8.567	10.117	11.651	13.716	15.352	18.338	21.689	23.900	27.204	30.144	33.687	36.191
20	8.260	9.237	10.851	12.443	14.578	16.266	19.337	22.775	25.038	28.412	31.410	35.020	37.566
21	8.897	9.915	11.591	13.240	15.445	17.182	20.337	23.858	26.171	29.615	32.671	36.343	38.932
22	9.542	10.600	12.338	14.041	16.314	18.101	21.337	24.939	27.301	30.813	33.924	37.659	40.289
23	10.196	11.293	13.091	14.848	17.187	19.021	22.337	26.018	28.429	32.007	35.172	38.968	41.638
24	10.856	11.992	13.848	15.659	18.062	19.943	23.337	27.096	29.553	33.196	36.415	40.270	42.980
25	11.524	12.697	14.611	16.473	18.940	20.867	24.337	28.172	30.675	34.382	37.652	41.566	44.314
26	12.198	13.409	15.379	17.292	19.820	21.792	25.336	29.246	31.795	35.563	38.885	42.856	45.642
27	12.879	14.125	16.151	18.114	20.703	22.719	26.336	30.319	32.912	36.741	40.113	44.140	46.963
28	13.565	14.847	16.928	18.939	21.588	23.647	27.336	31.391	34.027	37.916	41.337	45.419	48.278
29	14.256	15.574	17.708	19.768	22.475	24.577	28.336	32.461	35.139	39.087	42.557	46.693	49.588
30	14.953	16.306	18.493	20.599	23.364	25.508	29.336	33.530	36.250	40.256	43.773	47.962	50.892

SOURCE: Reprinted from Table III of R. A. Fisher, *Statistical Methods for Research Workers* (14th ed.). Copyright © 1972 by Hafner Press, by permission of the publisher.

ตารางที่ 3 การแจกแจง X^2 ที่ degree of freedom ต่างๆ

Probability Based Rule Curves

1. Development of Upper Rule Curves

หลักทฤษฎี : Upper Rule Curves เป็นระดับน้ำหรือปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำที่มากที่สุดที่จะทำให้ความเสี่ยงต่อการที่อ่างเก็บน้ำมีปริมาตรไม่พอที่จะรับน้ำนองอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ ระดับน้ำหรือปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำที่มากที่สุดจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา (เดือน) ระดับน้ำระหว่าง Upper Rule Curves และระดับเก็บกักปกติ (normal pool level)เรียกว่า Volume of Flood Control Reserve (VFC)

Probability Based Rule Curves

กำหนดให้ $NRI_t = I_t - O_t$ (1-1)

I_t = Reservoir Inflow ในเดือน t

O_t = Reservoir Outflow ในเดือน t

NRI_t = Net Reservoir Inflow ในเดือน t ซึ่งมี $f(NRI_t)$ เป็น Probability Density Function ดังแสดงในภาพที่ 1-1

และ VFC_t = Volume of Flood Control Reserve ในเดือน t

Probability Based Rule Curves

และ VFC_t = Volume of Flood Control Reserve ในเดือน t

เมื่อสามารถหา $f(NRI_t)$ ได้แล้ว ค่าของ VFC_t สำหรับการกำหนดค่าความเสี่ยงที่ 0.05, 0.10 และ 0.20 สามารถหาได้จากภาพที่ 1-1 หรือจากสมการที่ (1-2)

$$P(NRI_t > VFC_t) < Risk \qquad (1\text{-}2)$$

สุดท้าย Upper Rule Curves สามารถหาได้จากสมการที่ (1-3)

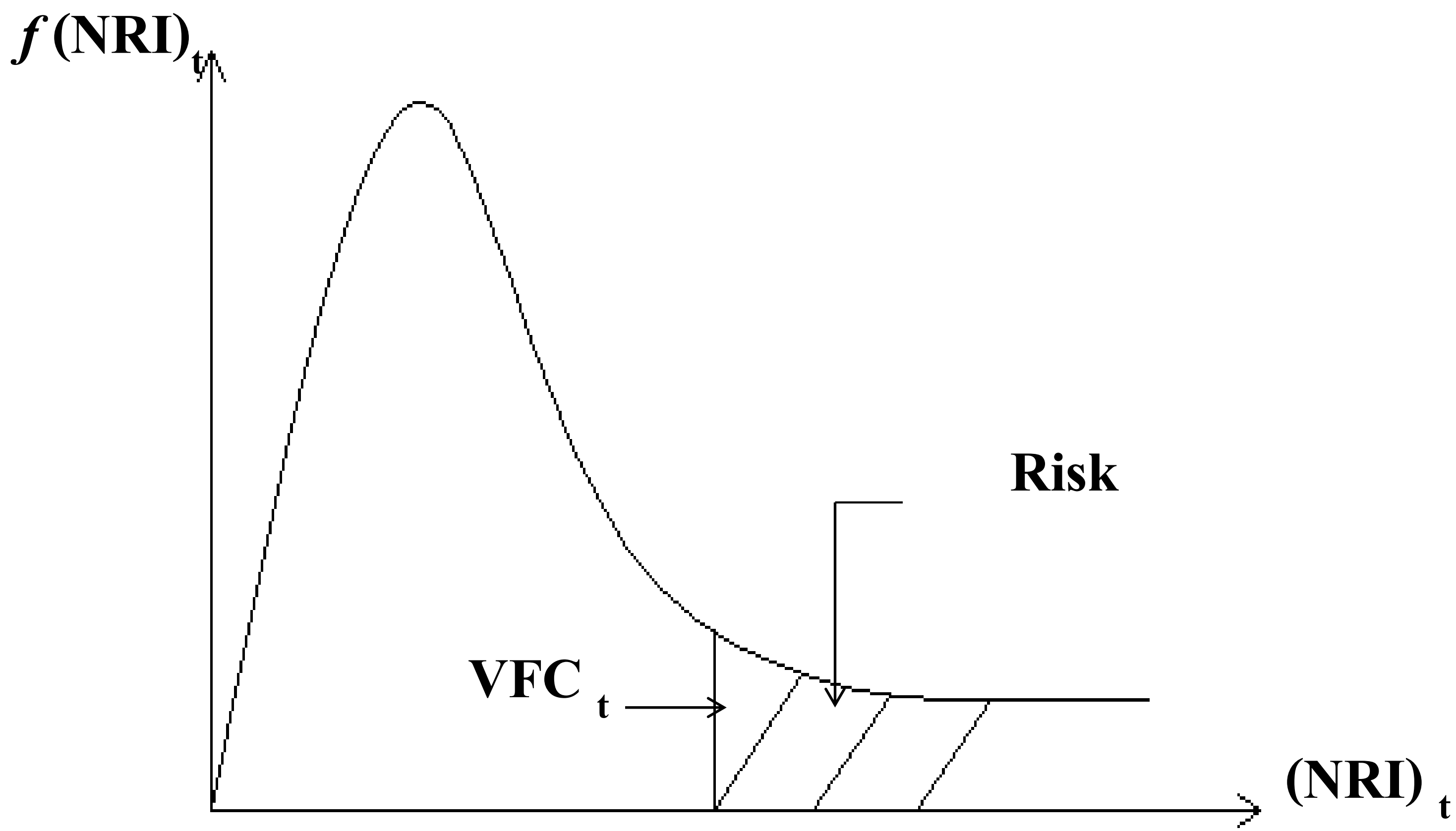
$$VURC_t = VNP_t - VFC_t \qquad (1\text{-}3)$$

เมื่อ

$VURC_t$ = reservoir upper rule curve volume ในเดือน t

VNP_t = ปริมาตรเก็บกักปกติในเดือน t

Probability Based Rule Curves



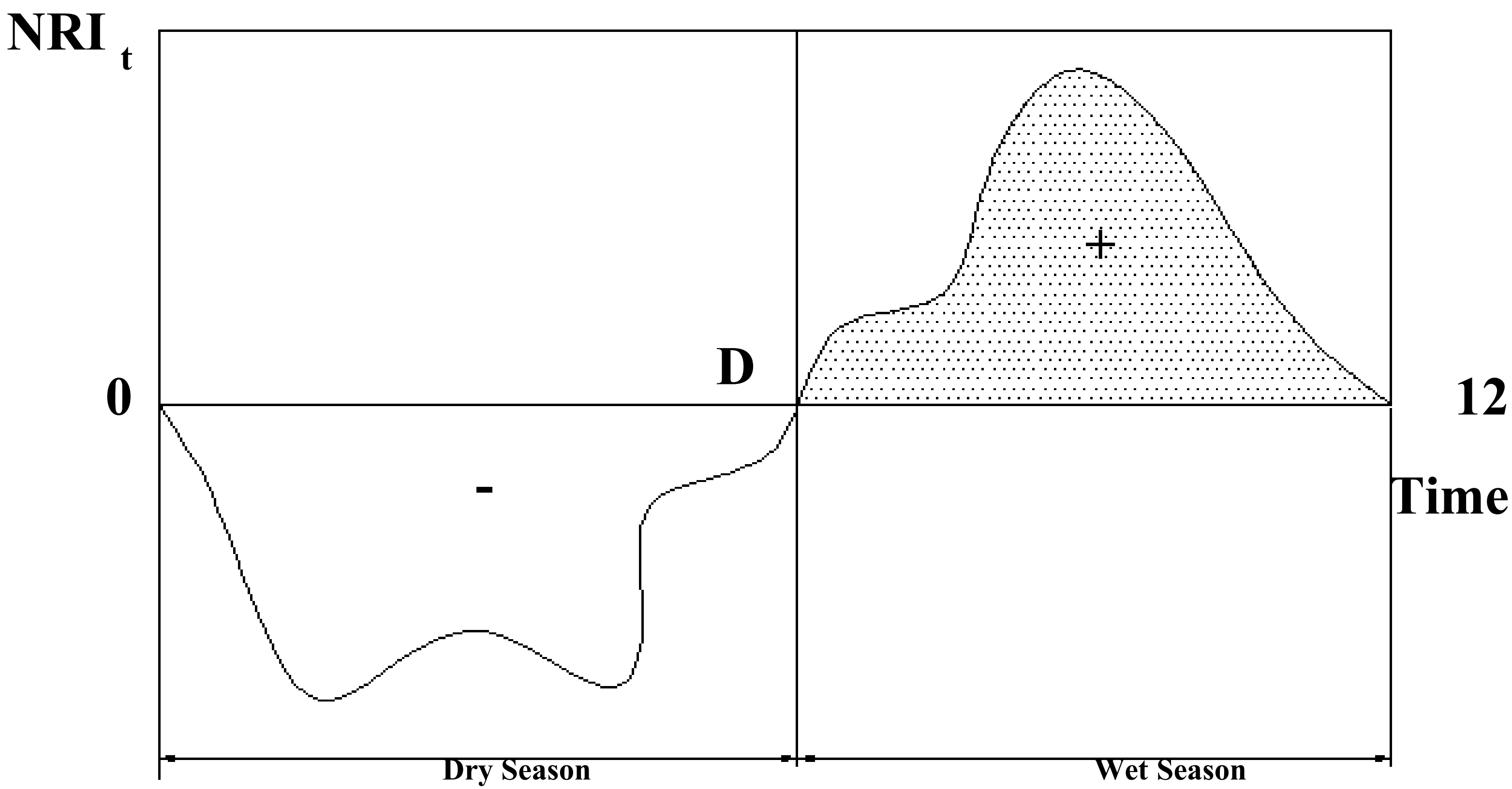
<u>ภาพที่</u> **1-1 Probability Distribution ของ NRI $_t$ และการกำหนด VFC $_t$**

Probability Based Rule Curves

2. Development of Lower Rule Curves

หลักทฤษฎี : Lower Rule Curves เป็นระดับน้ำในอ่างที่ควรรักษาไว้เพื่อหลีกเลี่ยงความเสี่ยงต่อการขาดแคลนน้ำในอนาคต หรือความเสี่ยงต่อการขาดแคลนน้ำในอนาคตอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ ในการสร้าง Lower Rule Curves จะต้องมีการกำหนดช่วงฤดูแล้งและฤดูฝนอย่างชัดเจน โดยกำหนดให้ฤดูแล้งคือช่วงเวลาที่ NRI_t น้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ และฤดูฝนคือช่วงเวลาที่ NRI_t มากกว่าศูนย์ ดังแสดงในภาพที่ 1-2 ซึ่งการกำหนดฤดูแล้งนี้หมายถึงช่วงเวลาที่เกิดการขาดน้ำ และฤดูฝนหมายถึงช่วงเวลาที่มีน้ำมากเกินความจำเป็น ซึ่งหลังจากกำหนดช่วงฤดูแล้งและฤดูฝนแล้วก็จะสามารถหาค่าปริมาตรสะสมของ NRI_t ในช่วงฤดูแล้งได้

Probability Based Rule Curves



ภาพที่ 1-2 เกณฑ์ที่ใช้วิเคราะห์หาช่วงฤดูแล้งและฤดูฝน

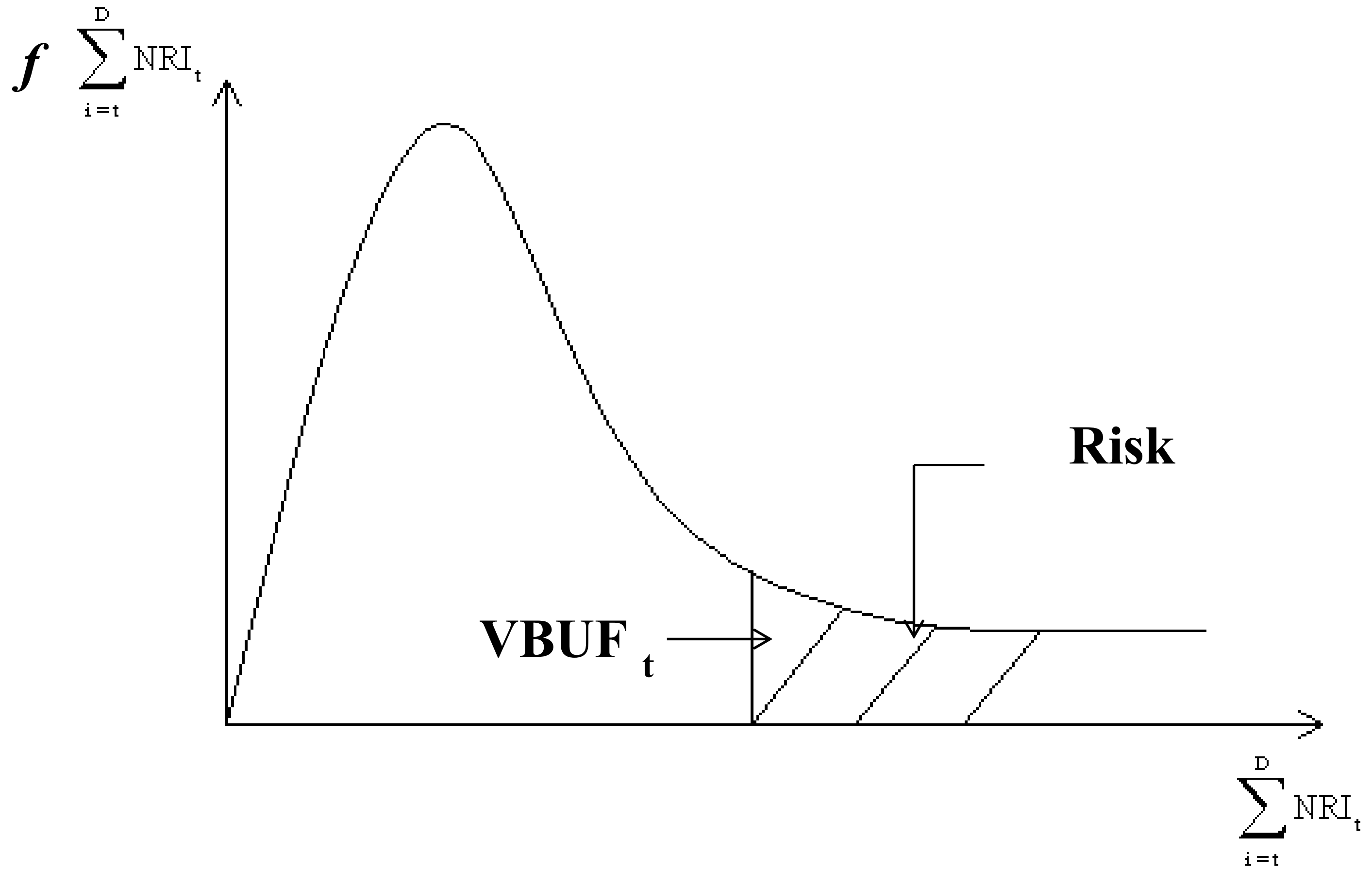
Probability Based Rule Curves

กำหนดให้ $\sum_{i=t}^{D} NRI_t =$ ค่าสะสมของ NRI $_t$ สำหรับฤดูแล้งซึ่งมีฟังก์ชัน $f(\sum_{i=t}^{D} NRI_t)$ เป็นฟังก์ชันแจกแจงความน่าจะเป็น (Probability Distribution Function) ดังแสดงใน**ภาพที่ 1-3**

D = เดือนที่สิ้นสุดฤดูแล้ง

$VBUF_t =$ ปริมาตรของน้ำส่วนสำรองในเดือน t

Probability Based Rule Curves



<u>ภาพที่ 1-3</u> การแจกแจงความน่าจะเป็นของ $\sum_{i=t}^{D} NRI_i$ และการกำหนดค่าของ $VBUF_t$

Probability Based Rule Curves

เมื่อสามารถหา $f(\sum_{i=t}^{D} NRI_t)$ ได้แล้ว ค่าของ VBUF $_t$ สำหรับการกำหนดค่าความเสี่ยงที่ 0.05, 0.10 และ 0.20 สามารถหาได้จากภาพที่ 1-3 หรือจากสมการที่ (1-4)

$$P\left(-\sum_{i=t}^{D} NRI_t > VBUF_t\right) < Risk \qquad \textbf{(1-4)}$$

ซึ่งค่า VBUF $_t$ ที่ได้จากการกำหนดค่าความเสี่ยงก็คือ Lower Rule Curves

โดยค่าความถี่ (Risk) มีความสัมพันธ์กับรอบปีการเกิดซ้ำ (Tr) ดังสมการที่ (1-5)

$$\textbf{Risk} = 1/\textbf{Tr} \qquad \textbf{(1-5)}$$

เมื่อ Tr = รอบปีการเกิดซ้ำ

Thank You !

http://water.rid.go.th/hwm/wmg/